



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2008-2009
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} m & 1 & 2m \\ m & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1,25 puntos). Determinar los valores del parámetro m para los cuales la matriz M es invertible.
- (0,5 puntos). Determinar los valores del parámetro m para los cuales la matriz M^{25} es invertible.
- (1,25 puntos). Para $m = -1$ calcular, si es posible, la matriz inversa M^{-1} de M .

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax) - bx}{x^2} & \text{si } 1+ax > 0 \text{ y } x \neq 0 \\ -\frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases},$$

se pide:

- (1,5 puntos). Hallar los valores de los parámetros a, b para los cuales la función f es continua en $x = 0$.
- (1,5 puntos). Para $a = b = 1$, estudiar si la función f es derivable en $x = 0$ aplicando la definición de derivada.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{a}, \quad s \equiv \frac{x-3}{b} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1},$$

determinar los valores de los parámetros a, b para los cuales las rectas r, s se cortan perpendicularmente.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el plano $\pi \equiv 2x - y + 2z + 1 = 0$ hallar las ecuaciones de los planos paralelos a π que se encuentran a 3 unidades de π .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto). Dada la función:

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2},$$

hallar el punto o los puntos de la gráfica de $f(x)$ en los que la pendiente de la recta tangente sea 1.

b) (0,5 puntos). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $x = 0$.

c) (1,5 puntos). Sea g una función derivable con derivada continua en toda la recta real, y tal que $g(0) = 0$, $g(2) = 2$. Demostrar que existe al menos un punto c en el intervalo $(0, 2)$ tal que $g'(c) = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la recta:

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$$

y el plano $\pi \equiv x + y - 2z + 1 = 0$, hallar la ecuación de la recta s simétrica de la recta r respecto del plano π .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema:

$$\begin{cases} \lambda x + 2y + z = 0 \\ \lambda x - y + 2z = 0 \\ x - \lambda y + 2z = 0 \end{cases},$$

se pide:

a) (1 punto). Obtener los valores del parámetro λ para los cuales el sistema tiene soluciones distintas de:

$$x = y = z = 0.$$

b) (1 punto). Resolver el sistema para $\lambda = 5$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix},$$

obtener una matriz cuadrada X de orden 2 que verifique la ecuación matricial $AXB = A + B$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 2. a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Resolución, 0,5 puntos.

c) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 2. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 2 puntos.

Ejercicio 3. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.